

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 23 tháng 12 năm 2021

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu I (4 điểm)

Chứng minh rằng với mọi  $m \neq 2$  hàm số  $y = \left| \frac{x^2 + mx - 1}{x^2 + 2x + 3} \right|$  có đúng 4 điểm cực trị.

Câu II (5 điểm)

1) Giải phương trình  $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x} = \sqrt{2x+2} + \sqrt{2x-1}$ .

2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 + 4\sqrt{x-1} = y^2 - 3y + 4\sqrt{y} \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ .

Câu III (2 điểm)

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có 8 chữ số. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 9 và chứa nhiều nhất một chữ số 9.

Câu IV (3 điểm)

Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 3; u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{u_n + 3}; n = 1, 2, 3, \dots$

1) Chứng minh dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

2) Tính tổng  $S = \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \dots + \frac{1}{u_{100} - 1}$ .

Câu V (4 điểm)

Trong mặt phẳng  $(P)$ , cho  $\widehat{xOy} = 90^\circ$  và tia  $Oz$  thỏa mãn  $\widehat{xOz} = 30^\circ; \widehat{zOy} = 60^\circ$ . Trên tia  $Oz$  lấy điểm  $I$  sao cho  $OI = 2a$ . Trên đường thẳng  $d$  đi qua  $O$  và vuông góc với  $(P)$ , lấy điểm  $S$  sao cho  $OS = a$ . Mặt phẳng  $(Q)$  thay đổi đi qua  $SI$  và cắt các tia  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $A, B$  ( $A$  khác  $O$  và  $B$  khác  $O$ ).

1) Tính góc giữa  $(P)$  và  $(Q)$  khi  $I$  là trung điểm  $AB$ .

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp  $S.OAB$ .

Câu VI (2 điểm)

Với  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{2}{abc}$ .

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Chữ kí của cán bộ coi thi số 1:

Chữ kí của cán bộ coi thi số 2: